

Formule de geometrie

1) Teorema lui Pitagora

Intr-un triunghi dreptunghic are loc relația:

$$cateta^2 + cateta^2 = ipotenuza^2$$

2) Teorema lui Pitagora generalizată (teorema cosinusului)

Intr-un triunghi oarecare ABC are loc relația:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

3) Aria unui triunghi echilateral de latură l este:

$$Aria = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

4) Aria unui triunghi oarecare (se aplică atunci când se cunosc două laturi și unghiul dintre ele):

$$Aria = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2}$$

5) Aria unui triunghi oarecare (se aplică atunci când se cunosc toate cele trei laturi):

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{formula lui Heron}$$

unde $p = \frac{a+b+c}{2}$ este semiperimetrul.

6) Aria triunghiului dreptunghic este:

$$Aria = \frac{cateta \cdot cateta}{2}$$

7) Teorema sinusurilor

Intr-un triunghi oarecare ABC are loc relația:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

unde a, b, c sunt laturile triunghiului
A, B, C sunt unghiurile triunghiului
R este raza cercului circumscris triunghiului

8) Distanța dintre două puncte (lungimea unui segment):

Dacă A(x₁, y₁) și B(x₂, y₂) sunt două puncte în plan atunci distanța dintre ele este:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

9) Mijlocul unui segment:

Dacă A(x₁, y₁) și B(x₂, y₂) sunt două puncte în plan atunci mijlocul segmentului AB este

$$M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

10) Vectorul de poziție al unui punct:

Dacă A(x, y) atunci $\vec{OA} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

11) Dacă $A(x_1, y_1)$ și $B(x_2, y_2)$ sunt două puncte în plan atunci **vectorul** \overrightarrow{AB} este dat de formula:

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$$

12) Ecuatia unei drepte care trece prin două puncte date

Dacă $A(x_1, y_1)$ și $B(x_2, y_2)$ sunt două puncte în plan atunci ecuația dreptei AB se poate afla cu formula:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

sau cu formula:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

13) Ecuatia unei drepte care trece prin punctul $A(x_0, y_0)$ și are panta dată m

Este dată de formula:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

14) Condiția de coliniaritate a trei puncte în plan

Fie $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ trei puncte în plan.

Punctele A, B, C sunt coliniare dacă și numai dacă

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

15) Aria unui triunghi

Fie $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ trei puncte în plan.

Aria triunghiului ABC este dată de formula

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot |\Delta|$$

unde Δ este următorul determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

16) Distanța de la un punct la o dreaptă

Dacă $A(x_0, y_0)$ este un punct și $d : ax + by + c = 0$ este o dreaptă în plan atunci distanța de la punctul A la dreapta d este dată de formula:

$$dist(A, d) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

17) Panta unei drepte

Dacă $A(x_1, y_1)$ și $B(x_2, y_2)$ sunt două puncte în plan atunci panta dreptei AB este dată de formula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

18) Condiția de coliniaritate a doi vectori în plan:

Fie $\vec{v}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$ și $\vec{v}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$ doi vectori în plan. Condiția de coliniaritate a vectorilor \vec{v}_1 și \vec{v}_2 este:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

19) Condiția de perpendicularitate a doi vectori în plan:

Fie $\vec{v}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$ și $\vec{v}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$ doi vectori în plan. Avem:

$$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0 \text{ (produsul scalar este 0)}$$

20) Condiția de paralelism a două drepte în plan

Două drepte d_1 și d_2 sunt paralele dacă și numai dacă au aceeași pantă adică:

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$$

Altfel, dacă dreptele sunt date prin ecuația generală: $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ și $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

atunci dreptele sunt paralele dacă $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$.

21) Condiția de perpendicularitate a două drepte în plan

Două drepte d_1 și d_2 sunt perpendiculare dacă și numai dacă produsul pantelor este egal cu -1 adică:

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$$