Examenul de bacalaureat naţional 2015

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r = a_2 - a_1 = 2015 - 1 =$	**3p**
	$= 2014$	**2p**
2.	Valoarea maximă a funcției f este $f(4) =$	**3p**
	$= 4 + 1 = 5$	**2p**
3.	$x^2 - 8x = 9 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$	**3p**
	$x_1 = -1$ și $x_2 = 9$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Prima cifră se poate alege în 4 moduri, a doua cifră se poate alege în câte 3 moduri	**2p**
	Ultima cifră se poate alege, pentru fiecare mod de alegere a primelor două cifre, în câte 2 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ de numere	**3p**
5.	$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow x_D = 1$	**3p**
	$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow y_D = 0$	**2p**
6.	$A = \frac{\pi}{2}$	**2p**
	$BC = 2$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	**3p**
b)	$A^2(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a & a^2 + 4a + 2 \\ 0 & 1 & 2a + 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $2A(a) = \begin{pmatrix} 2 & 2a & 2a + 2 \\ 0 & 2 & 2a + 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A^2(a) - 2A(a) + I_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a^2 + 2a \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**1p**
	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a^2 + 2a \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow a_1 = -2$ și $a_2 = 0$	**2p**
c)	$A(2) + A(100) = 2A(51)$, $A(4) + A(98) = 2A(51)$, ..., $A(50) + A(52) = 2A(51)$	**3p**
	$A(2) + A(4) + A(6) + \ldots + A(100) = 25 \cdot 2A(51) = 50A(51)$	**2p**

2.a)	$f(0)=0^3-4\cdot 0^2+m\cdot 0+2=$ $=2$	**3p** **2p**
b)	$x_1+x_2+x_3=4$, $x_1=x_2+x_3 \Leftrightarrow x_1=2$ $f(2)=0 \Leftrightarrow 2m-6=0 \Leftrightarrow m=3$	**2p** **3p**
c)	$f=X^3-4X^2+8X+2$, $x_1+x_2+x_3=4$ şi $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=8$ Cum $x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=16-16=0$, dacă polinomul f ar avea toate rădăcinile reale, am obţine $x_1=x_2=x_3=0$, contradicţie cu $f(0)=2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)+e^x(2x-6)=$ $=e^x\left(x^2-6x+9+2x-6\right)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x_1=1$ şi $x_2=3$ $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in(-\infty,1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,1]$ $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[1,3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,3]$ $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[3,+\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3,+\infty)$	**2p** **1p** **1p** **1p**
c)	$f(x)\le f(1)$, pentru orice $x\in(-\infty,3]$ Cum $f(1)=4e$, obţinem $e^x(x-3)^2\le 4e$, pentru orice $x\in(-\infty,3]$	**3p** **2p**
2.a)	$I_1=\int_0^1\left(1-x^3\right)dx=\left(x-\frac{x^4}{4}\right)\Big\vert_0^1=$ $=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$	**3p** **2p**
b)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\left(-x^3\right)\left(1-x^3\right)^n dx$, pentru orice număr natural nenul n Pentru orice număr natural nenul n şi $x\in[0,1]$ avem $-x^3\le 0$ şi $\left(1-x^3\right)^n\ge 0 \Rightarrow I_{n+1}\le I_n$	**2p** **3p**
c)	$I_{n+1}=\int_0^1 x'\left(1-x^3\right)^{n+1}dx=x\left(1-x^3\right)^{n+1}\Big\vert_0^1-\int_0^1 x(n+1)\left(1-x^3\right)^n\left(-3x^2\right)dx=$ $=3(n+1)\int_0^1 x^3\left(1-x^3\right)^n dx=-3(n+1)\int_0^1\left(1-x^3-1\right)\left(1-x^3\right)^n dx=-3(n+1)\left(I_{n+1}-I_n\right)$, deci $I_{n+1}=\frac{3(n+1)}{3n+4}I_n$, pentru orice număr natural nenul n	**2p** **3p**