

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z^2 = (1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 =$ $= 1 - 2i - 1 = -2i$	2p 3p
2.	$f(0) = 2016$ $(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(2016) = 0$	2p 3p
3.	$x^2 - 3x = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$ $x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea M are 100 de elemente, deci sunt 100 de cazuri posibile În mulțimea M sunt 10 pătrate perfecte, deci sunt 10 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	1p 2p 2p
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 3 Ecuția dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta d este $y = 3x + 1$	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}}{2} =$ $= 6$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} =$ $= 2 - (-2) = 4$	2p 3p
b)	$A(1+m) + A(1-m) = \begin{pmatrix} 1+m-1 & -1 \\ 2 & 1+m-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-m-1 & -1 \\ 2 & 1-m-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 2A(1)$, pentru orice număr real m	3p 2p
c)	$\det(A(m)) = \begin{vmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{vmatrix} = m^2 - 3m + 4$ Pentru orice număr real m , $m^2 - 3m + 4 \neq 0$, deci matricea $A(m)$ este inversabilă	2p 3p
2.a)	$x * y = -3xy + 9x + 9y - 27 + 3 =$ $= -3x(y-3) + 9(y-3) + 3 = -3(x-3)(y-3) + 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
b)	$(x * y) * z = (-3(x-3)(y-3) + 3) * z = 9(x-3)(y-3)(z-3) + 3$ $x * (y * z) = x * (-3(y-3)(z-3) + 3) = 9(x-3)(y-3)(z-3) + 3 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x , y și z , deci legea de compoziție „*” este asociativă	2p 3p

c)	$(x * x) * x = 9(x-3)^3 + 3$	2p
	$9(x-3)^3 + 3 = 12 \Leftrightarrow (x-3)^3 = 1 \Leftrightarrow x = 4$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x} =$	3p
	$= \frac{3x^3 - 3}{x} = \frac{3(x^3 - 1)}{x}, x \in (0, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^3 - 3 \ln x) = +\infty$	2p
	Dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$	1p
	$x \in (0, 1] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(0, 1]$	1p
	$x \in [1, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$	1p
	Cum $f(1) = 1$, obținem $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	2p
2.a)	$\int_1^2 (x^2 + 3x + 3) f(x) dx = \int_1^2 (2x + 3) dx = (x^2 + 3x) \Big _1^2 =$	3p
	$= 10 - 4 = 6$	2p
b)	$\mathcal{A} = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 \frac{2x+3}{x^2+3x+3} dx = \ln(x^2+3x+3) \Big _0^3 =$	3p
	$= \ln 21 - \ln 3 = \ln 7$	2p
c)	$\int_{-1}^0 f'(x) f(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big _{-1}^0 =$	3p
	$= \frac{1}{2} (f^2(0) - f^2(-1)) = \frac{1}{2} (1 - 1) = 0$	2p