Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$q=\frac{b_4}{b_3}=\frac{10}{5}=$	**3p**
	$=2$	**2p**
2.	$x\le 5\Rightarrow x-3\le 2$	**2p**
	$f(x)\le 2$, deci valoarea maximă a funcției este 2	**3p**
3.	$x^2+12=(x+2)^2\Rightarrow 4x-8=0$	**3p**
	$x=2$, care verifică ecuația	**2p**
4.	$C_7^2=\frac{7!}{2!\cdot 5!}=$	**3p**
	$=21$	**2p**
5.	$\frac{y-0}{4-0}=\frac{x-1}{3-1}$	**3p**
	$y=2x-2$	**2p**
6.	$\frac{AB}{\sin C}=2R\Rightarrow R=\frac{6}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=$	**3p**
	$=2\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1-0=1$	**3p**
b)	$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}1+x & -x\\ 2x & 1-2x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+y & -y\\ 2y & 1-2y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+x+y-xy & -y-x+xy\\ 2x+2y-2xy & 1-2y-2x+2xy\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+(x+y-xy) & -(x+y-xy)\\ 2(x+y-xy) & 1-2(x+y-xy)\end{pmatrix}=A(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$A(x)A(x)=I_2$ și, cum $I_2=A(0)$, obținem $A\left(x+x-x^2\right)=A(0)$	**3p**
	$2x-x^2=0\Leftrightarrow x=0$ sau $x=2$	**2p**
2.a)	$x\circ y=2xy-6x-6y+18+3=$	**2p**
	$=2x(y-3)-6(y-3)+3=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
b)	$1\circ 2\circ 3\circ 4=((1\circ 2)\circ 3)\circ 4=$	**3p**
	$=3\circ 4=3$	**2p**

c)	$x\circ x=2(x-3)^2+3$, $x\circ x\circ x=4(x-3)^3+3$	**2p**
	$4(x-3)^3+3=x \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$ sau $x=3$ sau $x=\frac{7}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'-(\ln x)'=$	**2p**
	$=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**3p**
b)	$f''(x)=\frac{1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
	$f''(x)>0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)\Rightarrow f$ este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$	**1p**
	$x\in(0,1]\Rightarrow f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(0,1]$	**1p**
	$x\in[1,+\infty)\Rightarrow f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[1,+\infty)$	**1p**
	Cum $f(1)=1$, obținem $f(x)\ge 1$, deci $\ln x\le x-1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 (x^2+1)f(x)dx=\int_0^1 (x^2+1)\cdot\frac{1}{x^2+1}dx=\int_0^1 1dx=x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
b)	$\int_0^1 x^2 f(x)dx=\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1}dx=\int_0^1 1dx-\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx=$	**2p**
	$=x\Big\vert_0^1-\mathrm{arctg}\,x\Big\vert_0^1=1-\mathrm{arctg}1=1-\frac{\pi}{4}$	**3p**
c)	$\int_n^{n+1} 2xf(x)dx=\int_n^{n+1}\frac{2x}{x^2+1}dx=\ln(x^2+1)\Big\vert_n^{n+1}=\ln\frac{(n+1)^2+1}{n^2+1}$	**3p**
	$\ln\frac{(n+1)^2+1}{n^2+1}=\ln 2\Leftrightarrow n^2-2n=0\Leftrightarrow n=0$ sau $n=2$	**2p**