

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că media geometrică a numerelor $a = 16$ și $b = 9$ este egală cu 12.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care $f(2) = 0$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 3^5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie multiplu de 2.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,3)$ și $B(5,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{1}{2}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $C(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p b) Arătați că $\det(A + C(-1)) = \det B$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = B$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 6X + 3$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X - 3$.
- 5p c) Demonstrați că $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x}$.
- 5p c) Arătați că $-1 \leq f(x) \leq 3$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^3 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 5$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2015$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 2x$.