

**Examenul național de bacalaureat 2022**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{tehnologic}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$(1,5 - 0,5) \cdot 3 - 2 \cdot 0,5 = 1 \cdot 3 - 1 =$ $= 3 - 1 = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(a) = 2a - 3$ $2a - 3 = 9$ , de unde obținem $a = 6$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$3x - 1 = 5$ $x = 2$ , care convine	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	Mulțimea $A$ are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile Numerele $n$ din mulțimea $A$ pentru care $5n \leq 22$ sunt 0, 1, 2, 3 și 4, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5.</b>	$x_M = \frac{-2+6}{2}$ , $y_M = \frac{1+3}{2}$ , unde $M$ este mijlocul segmentului $AB$ $x_M = 2$ , $y_M = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$AB = 3$ $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 =$ $= 6 - 1 = 5$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$2A - B(2) = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2B(0)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$B(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B(x) \cdot B(1) - (x+1)A = \begin{pmatrix} 2 & x+2 \\ x+2 & x+4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x+2 & x+1 \\ x+1 & 3x+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x & 1 \\ 1 & 1-2x \end{pmatrix}$ și $\det(B(x) \cdot B(1) - (x+1)A) = 4x^2 - 2x - 1$ , pentru orice număr real $x$ $4x^2 - 2x - 1 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$ , de unde obținem $x = -\frac{1}{2}$ sau $x = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$1 \circ 1 = 1 + 1 - 6 \cdot 1 \cdot 1 =$ $= 2 - 6 = -4$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$0 \circ x = 0 + x - 6 \cdot 0 \cdot x = 0 + x - 0 = x$ , pentru orice număr real $x$ $x \circ 0 = x + 0 - 6 \cdot x \cdot 0 = x + 0 - 0 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”	<b>2p</b> <b>3p</b>

<b>c)</b>	$m \circ (3-m) = 3 - 6m(3-m)$ , pentru orice număr întreg $m$	<b>2p</b>
	$3 - 6m(3-m) < 3 \Leftrightarrow m(m-3) < 0$ și, cum $m$ este număr întreg, obținem $m = 1$ și $m = 2$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 - 3 \cdot 4x^3 =$ $= 6x^2 - 12x^3 = 6x^2(1-2x)$ , $x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 3x^4}{x^3 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 2}{x^3 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(2 + \frac{2}{x^3}\right)}{x^3 \left(1 + \frac{4}{x^3}\right)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{2}{x^3}}{1 + \frac{4}{x^3}} = 2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ sau $x = \frac{1}{2}$ ; $f'(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ și $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ $f(0) = 2$ , $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{33}{16}$ și $f(2) = -30$ , deci $-30 \leq f(x) \leq \frac{33}{16}$ , pentru orice $x \in [0, 2]$ , de unde obținem $-32 \leq 2x^3 - 3x^4 \leq \frac{1}{16}$ , pentru orice $x \in [0, 2]$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_2^3 (f(x) - 3e^x) dx = \int_2^3 2x dx = x^2 \Big _2^3 =$ $= 9 - 4 = 5$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 x(f(x) - 2x) dx = \int_0^1 3xe^x dx = 3xe^x \Big _0^1 - 3e^x \Big _0^1 =$ $= 3e - 0 - 3e + 3 = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_0^1 \frac{f'(x) - x}{2f(x) - x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(2f(x) - x^2)'}{2f(x) - x^2} dx = \frac{1}{2} \ln  2f(x) - x^2  \Big _0^1 = \frac{1}{2} \ln \left(e + \frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{2} \ln \left(e + \frac{1}{2}\right) = a \ln \left(e + \frac{1}{2}\right)$ , de unde obținem $a = \frac{1}{2}$	<b>3p</b> <b>2p</b>