

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică  
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 2$  și  $a_2 = 5$ .
- 5p 2. Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A(3,5)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = a - x$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^{4-x} = 2^{2x+2}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $M(1,1)$ . Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul  $M$  și are panta egală cu 2.
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 5$ ,  $AC = 12$  și  $BC = 13$ . Arătați că  $\sin C = \frac{5}{13}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 2$ .
- 5p b) Arătați că  $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$ , știind că  $A(x)A(x)A(x) = A(7)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + 2X^2 + X + m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $f(0) = m$ .
- 5p b) Pentru  $m = 1$ , arătați că  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1x_2x_3$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p c) Determinați numărul natural prim  $m$ , știind că polinomul  $f$  are o rădăcină întregă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că derivata funcției  $f$  este descrescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ .
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 1$  și  $x = e$ .
- 5p c) Determinați numărul natural nenul  $n$ , știind că  $\int_1^e \frac{1}{x} (f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$ .