# Examenul de bacalaureat național 2015

## Proba E. c)
## Matematică *M_şt-nat*

**Varianta 5**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Calculați $(2-3i)(2+3i)$, unde $i^2=-1$. |
| **5p** | **2.** Calculați $f\left(f(3)\right)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. |
| **5p** | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2+17\right)=\log_3 81$. |
| **5p** | **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5. |
| **5p** | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,a)$, $B(3,2)$ și $C(2,1)$. Determinați numărul real $a$ pentru care punctele $A$, $B$ și $C$ sunt coliniare. |
| **5p** | **6.** Se consideră $E(x)=\sin\frac{x}{3}+\cos\frac{x}{2}$, unde $x$ este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$. |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | **1.** Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2a\\ 2a & 4\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real. |
| **5p** | **a)** Arătați că $A(1)+A(-1)=2A(0)$. |
| **5p** | **b)** Determinați numerele reale $a$ pentru care $\det\left(A(a)\right)=0$. |
| **5p** | **c)** Rezolvați în mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $A(2)\cdot X=A(8)$. |
| | **2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=2xy-6x-6y+21$. |
| **5p** | **a)** Arătați că $(-3)\circ 3=3$. |
| **5p** | **b)** Arătați că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$. |
| **5p** | **c)** Calculați $1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2015}$. |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | **1.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3e^x+x^2$. |
| **5p** | **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=3$. |
| **5p** | **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei $f$ în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei $f$. |
| **5p** | **c)** Arătaţi ca funcţia $f$ este convexă pe $\mathbb{R}$. |
| | **2.** Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{1}{x}$. |
| **5p** | **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=4$. |
| **5p** | **b)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)e^x dx=e^2$. |
| **5p** | **c)** Determinaţi numărul real $a$, $a>1$, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei $f$, axa $Ox$ şi dreptele de ecuaţii $x=1$ și $x=a$, are aria egală cu $4+\ln a$. |